

*ALBERT EINSTEIN FILOSOFO E METODOLOGO*  
(Atti del convegno di Cesena, 25-26 novembre 2005)

GENNARO AULETTA

*Il dibattito tra Einstein, Bohr e Schrödinger:  
causalità, determinazione e azione a distanza*

IL PROTAGORA

Rivista semestrale, anno XXXV, gennaio-giugno 2007, quinta serie, n. 9, pp. 181-98



GENNARO AULETTA\*

*Il dibattito tra Einstein, Bohr e Schrödinger:  
causalità, determinazione e azione a distanza*

In questo lavoro prenderò in considerazione innanzitutto l'articolo di Einstein, Podolsky e Rosen (EPR) per analizzare la struttura formale del loro ragionamento<sup>1</sup> (§§ 2-4). Dopodiché presenterò le argomentazioni di Bohr e di Schrödinger (§§ 5-6). Infine cercherò di trarre alcune lezioni di carattere generale da questa discussione (§ 7).

Per quanto riguarda il ragionamento di EPR, si sa che esso è estremamente sofisticato. Esso consiste essenzialmente in tre parti distinte:

- (a) Una deduzione formale;
- (b) un esperimento mentale;
- (c) una conclusione.

La deduzione formale (a) è un ragionamento del tutto astratto basato su principi di carattere generale. L'esperimento mentale (b) è sviluppato sulla base delle leggi della meccanica quantistica, ed anzi ne è una conseguenza implicita, sia pure geniale (e mai precedentemente individuata). La conclusione (c) deriva dal confronto tra (a) e (b). Per poter capire tale conclusione nella sua pienezza bisogna entrare innanzitutto nei dettagli delle componenti (a) e (b), che è quello che farò nei due paragrafi successivi.

*1. Una deduzione formale*

La deduzione formale (a) di EPR si basa su due principi di carattere generale. Il primo principio è il *principio di realtà* e può essere espresso come segue:

\* Gennaro Auletta, Istituto di Filosofia, Università degli Studi di Urbino, Via Saffi 9, I-61029 Urbino (PU); Pontificia Università Gregoriana. E-mail: md0509@mcink.it.

<sup>1</sup> Vd. EINSTEIN, PODOLSKY, ROSEN, 1935.

Se, senza introdurre alcuna perturbazione, siamo capaci di predire con probabilità uguale ad 1 una proprietà di un sistema, questa proprietà sarà indipendente da noi e quindi reale.

Il principio di realtà si spiega con il fatto che per Einstein la fisica ha a che fare con predizioni circa situazioni che debbono essere del tutto indipendenti e precedenti all'azione soggettiva umana del misurare ed osservare<sup>2</sup>.

Poiché tale principio è una *regola* di carattere del tutto generale, per potere produrre un ragionamento effettivo, bisogna mostrare un suo dominio di applicazione più specifico, quello che in logica viene chiamato *caso*<sup>3</sup>. Questo ambito di applicazione è fornito da sistemi che, rispetto alle nostre osservazioni, sono da considerare sistemi distanti, nel caso paradigmatico separati da noi, ossia in modo tale che non ci possa essere, tra l'evento locale consistente nel nostro misurare qui un determinato sistema e il fatto che un eventuale altro sistema distante possieda o no una data proprietà (nello stesso momento in cui stiamo effettuando l'atto di misurazione sul primo), dove con *sistema distante* intendo precisamente un sistema che, relativamente a un altro è, come si dice in gergo, *space-like*. La scelta di questo dominio di applicazione non è affatto casuale, come vedremo tra poco. Pertanto, il secondo principio di EPR si configura come un *principio di separabilità*, che può essere formulato come segue:

Se non siamo in grado di effettuare predizioni con probabilità uguale ad 1 su sistemi distanti, ciò è dovuto al fatto che li abbiamo perturbati tramite un'azione a distanza quando siamo andati ad effettuare una misurazione.

L'impossibilità di predire deve essere intesa correttamente. Si tratta qui di una impossibilità di principio, e perciò, nella prospettiva di un fisico classico degli anni '30 (ossia prima delle grandi scoperte sui sistemi non-lineari), essa non può essere dovuta a caratteristiche intrinseche del sistema in considerazione, ma nemmeno a limiti soggettivi, ossia a insufficienza di informazione o a difetti della teoria.

Il principio di separabilità ha ovviamente un ambito di applicazione ben più ampio che ai sistemi distanti, e pertanto esso si presenta qui in una forma più ristretta che potremmo definire *principio di separatezza dei sistemi distanti*. Di fatto il principio di separabilità, nella sua veste generale, costituisce una parte dei principi della fisica classica dal momento che consiste nell'assunzione che *il solo modo di interferire con un sistema è agendo dinamicamente e causalmente su di esso* (ossia interagendovi), e che pertanto, finché non c'è interazione con il sistema in questione, esso è da considerarsi del tutto separato da noi e dalle nostre azioni.

2 Vd. EINSTEIN, 1949; ALAI, AULETTA, TAROZZI, 2006.

3 Vd. AULETTA, 2005.

Perché ora EPR hanno voluto considerare il caso particolare di sistemi distanti separati? Perché sapevano che un'azione di disturbo su questi sistemi avrebbe significato una violazione della relatività ristretta (sarebbe stata appunto un'azione a distanza). Come vedremo, questo sarà un punto chiave dell'intera argomentazione e discussione. Infatti un nodo problematico sarà proprio se nel nostro universo le uniche interdipendenze sono di ordine causale oppure no. Se fossero soltanto di ordine causale, allora le uniche interdipendenze tra sistemi separati *space-like* sarebbero per l'appunto azioni a distanza.

Avendo assunto i due principi precedenti, la conclusione che ne traggo EPR oppure il *risultato* dell'argomentazione (a) è il seguente:

A sistemi che non sono perturbati da tali azioni a distanza possono essere ascritte proprietà indipendenti dalle nostre azioni e quindi reali.

Possiamo riassumere il ragionamento (a) così<sup>4</sup>:

REGOLA: Se, senza introdurre alcuna perturbazione, siamo capaci di predire con probabilità uguale ad 1 una proprietà di un sistema, questa proprietà sarà indipendente da noi e quindi reale.

CASO: Se non siamo in grado di effettuare predizioni con probabilità uguale ad 1 su sistemi distanti, ciò è dovuto al fatto che li abbiamo perturbati tramite un'azione a distanza quando siamo andati ad effettuare una misurazione.

RISULTATO: A sistemi che non sono perturbati da tali azioni a distanza possono essere ascritte proprietà indipendenti dalle nostre azioni e quindi reali.

Il ragionamento (a) si configura perciò, come avevo anticipato, come una classica deduzione formale, ossia come la diretta applicazione di una regola a un caso per ricavarne un determinato risultato. Ciò è ancora più evidente se proviamo a esprimerlo in linguaggio formale. Innanzitutto, usiamo i seguenti simboli:

P = Prediciamo una proprietà con certezza

R = Le proprietà di un certo sistema sono reali

D = Perturbiamo un sistema con un'azione a distanza misurandolo

Pertanto il ragionamento può essere molto schematicamente formalizzato come segue (dove  $\rightarrow$  è il segno di implicazione materiale e  $\neg$  sta per la negazione):

4 Vd. AULETTA, 2006a.

REGOLA	$P \rightarrow R$	
CASO	$\neg P \rightarrow D$	(2.1)
RISULTATO	$\neg D \rightarrow R$	

Come si vede, basta riscrivere la premessa  $\neg P \rightarrow D$  come  $\neg D \rightarrow P$  (tramite una trasposizione) e applicare la regola di sillogismo ipotetico per ottenere il risultato, dati la regola e il caso.

## 2. L'esperimento mentale

La componente (b) del ragionamento di EPR è un esperimento mentale elaborato facendo uso delle leggi della meccanica quantistica. Qual è lo scopo di tale ragionamento? Quello di mostrare che la meccanica quantistica presenta un controesempio al risultato del ragionamento precedente. Tale controesempio fa uso delle regole di indeterminazione (oppure del principio di quantizzazione) e mira a mostrare (nella conclusione (c) dell'intero ragionamento) che la meccanica quantistica non è adeguata almeno in un caso particolare.

Perché un controesempio? Perché Einstein è del tutto conscio che basta un singolo esempio fattuale (sia pure soltanto pensato) per smentire una teoria. Si tratta di una applicazione del principio di falsificazione delle teorie scientifiche alla meccanica quantistica<sup>5</sup>, un principio che è, in un certo senso, una conseguenza del quadrato logico aristotelico e che era noto anche a Peirce<sup>6</sup>.

Il controesempio è costituito da due protocolli sperimentali ideali. Il primo protocollo può essere schematizzato così:

(1) Supponiamo di avere due particelle distanti, 1 e 2, descritte dallo stato

$$\Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} dp \psi_{-p}(x_2) \varphi_p(x_1), \quad (2.1)$$

ove  $\psi_{-p}(x_2) = \langle x_2 | -p \rangle$  and  $\varphi_p(x_1) = \langle x_1 | p \rangle$  sono rispettivamente le autofunzioni dell'impulso nella rappresentazione della posizione per la particella 2 e la particella 1.

(2) Supponiamo ora di misurare l'impulso sulla particella 1 (quella con cui interagiamo localmente) e di ottenere come risultato un certo valore  $p'$ . In tale caso lo stato (2.1) si riduce immediatamente a

$$\Psi_{-p'} \cdot \varphi_{p'} \quad (2.2)$$

dove ho tenuto conto del fatto che la direzione del moto della particella 2 è opposta a quella della particella 1 (ossia si stanno allontanando l'una dall'altra).

(3) Perciò è evidente che la particella 2 deve essere nello stato  $\Psi_{-p'}$  e questo lo possiamo predire con assoluta certezza (pertanto abbiamo soddisfatto il principio di realtà).

(4) Ma poiché abbiamo ottenuto questo risultato senza in alcun modo perturbare la particella 2 (dato che abbiamo interagito localmente soltanto con la particella 1), abbiamo anche soddisfatto il principio di separabilità.

(5) Pertanto, in conseguenza di (3) e (4) e in base alla deduzione formale (a), dobbiamo concludere che *essere nello stato*  $\Psi_{-p'}$  è una proprietà che la particella 2 ha del tutto indipendentemente da noi e dalle nostre azioni e quindi è del tutto *reale*.

Fin qui non abbiamo fatto altro che trovare una specifica istanziazione del ragionamento formale precedente. Ma il passo cruciale viene ora. Infatti EPR propongono un *secondo protocollo*, che possiamo schematizzare come segue:

(1') Supponiamo di descrivere il sistema composto dalle particelle 1-2 in quest'altro modo:

$$\Psi(x_1, x_2) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \psi_x(x_2) \varphi_x(x_1), \quad (2.3)$$

dove  $\psi_x(x_2) = \langle x_2 | \psi \rangle$  e  $\varphi_x(x_1) = \langle x_1 | \varphi \rangle$  sono rispettivamente le autofunzioni della posizione nella rappresentazione della posizione per la particella 1 e 2.

(2') Supponiamo ora, che invece di misurare l'impulso, avessimo deciso di misurare la posizione della particella 1 (sempre quella con cui interagiamo localmente) e di avere ottenuto come risultato un certo valore  $x'$ . In tale caso lo stato (2.3) si sarebbe ridotto immediatamente a

$$\Psi_{x'} \cdot \varphi_{x'} \quad (2.4)$$

(3') Perciò è evidente che la particella 2 dovrebbe essere nello stato  $\Psi_{x'}$  e questo, sulla base del risultato della misurazione della particella 1, lo possiamo sempre predire con assoluta certezza (pertanto soddisfacciamo il principio di realtà).

(4') Ma poiché avremmo ottenuto questo risultato senza in alcun modo perturbare la particella 2 (dato che avremmo interagito localmente soltanto con la particella 1), soddisfacciamo anche il principio di separabilità.

<sup>5</sup> Vd. POPPER, 1934; ANTISERI, 2005.

<sup>6</sup> Vd. PEIRCE, 1903a.

(5') Pertanto, in conseguenza di (3') e (4') e in base alla deduzione formale (a), dobbiamo concludere che *essere nello stato*  $\Psi_{x'}$  è una proprietà che la particella 2 ha del tutto indipendentemente da noi e dalle nostre azioni e quindi è del tutto *reale*.

La legittimità del passo (1') è dovuta al fatto che in meccanica quantistica posso sempre espandere la funzione d'onda descrivente lo stato di due sistemi in diverse autobasi, ossia usando degli stati che sono autofunzioni di due diversi osservabili. In (1) abbiamo usato autofunzioni dell'impulso mentre in (1') abbiamo usato autofunzioni della posizione. Pertanto, sulla base della teoria quantistica, il passo (1') è assolutamente lecito.

Andiamo ora a vedere quali sono le conseguenze che EPR traevano da questi due protocolli sperimentali.

### 3. Le conclusioni di EPR

La conclusione immediata dei due protocolli precedenti è che la particella 2 deve essere, del tutto indipendentemente dalle nostre azioni sulla particella 1, sia nello stato  $\Psi_{-p'}$ , sia nello stato  $\Psi_{x'}$ . Questo significa però che la particella 2 avrebbe sia un impulso, sia una posizione perfettamente *determinati*. E questo contraddice le relazioni di indeterminazione. Tuttavia le conclusioni (5) e (5') di (b) sono le logiche conseguenze delle assunzioni (1)-(2) e (1')-(2'), che sono perfettamente lecite in meccanica quantistica, e dei passi (3)-(4) e (3')-(4'), che sono delle istanziazioni specifiche dei principi di realtà e separabilità (assunti in (a)). Ora, a meno qualcuno non intenda mettere in discussione tali principi, abbiamo trovato un caso specifico in cui la meccanica quantistica non è adeguata a descrivere la situazione. Pertanto dobbiamo concludere, secondo EPR, che la meccanica quantistica è una teoria *incompleta*, ossia inabile a descrivere tutte le possibili situazioni fisiche in cui possono trovarsi i sistemi quantistici. Pertanto essa avrebbe un puro valore statistico, che funzionerebbe nella maggior parte dei casi, ma non fornirebbe una descrizione adeguata di alcune situazioni nelle quali abbiamo a che fare con sistemi individuali.

L'argomento completo di EPR, ossia (a)+(b)+(c), può essere schematizzato come segue (ove  $\wedge$  è il segno di congiunzione AND)

$$[(a) \wedge (b)] \rightarrow (c), \quad (3.1)$$

dove (a) è la deduzione formale, che può essere riscritta come

$$[(P \rightarrow R) \wedge (\neg P \rightarrow D)] \rightarrow (\neg D \rightarrow R), \quad (3.2)$$

mentre (b) è l'esperimento mentale, che può essere formalmente espresso come

$$[(P \rightarrow R) \wedge (\neg P \rightarrow D) \wedge C] \rightarrow \neg(\neg D \rightarrow R), \quad (3.3)$$

ove C sta per l'assunzione che la meccanica quantistica è una teoria fisica adeguata (ossia completa). Essa è stata implicitamente inserita nei passi (1) e (1'). In altri termini, i principi di realtà e separabilità, congiuntamente con l'assunzione di completezza implicano la falsità della conclusione di (a), ossia che  $\neg D \rightarrow R$ .

Infine la conclusione (c) è il risultato consistente nella negazione della completezza della meccanica quantistica, ossia  $\neg C$ . In conclusione, possiamo sintetizzare l'intero ragionamento (3.1) come segue

$$\{[(P \rightarrow R) \wedge (\neg P \rightarrow D)] \rightarrow (\neg D \rightarrow R)\} \wedge \{[(P \rightarrow R) \wedge (\neg P \rightarrow D) \wedge C] \rightarrow \neg(\neg D \rightarrow R)\} \rightarrow \neg C. \quad (3.4)$$

Consideriamo un attimo tale struttura. Per quanto riguarda il ragionamento (a), ossia l'implicazione (3.2), resta vero che, dati i principi di realtà e separabilità, ne consegue la conclusione  $\neg D \rightarrow R$ . D'altra parte, anche la parte (b) è stata trovata corretta. Dalla verità di  $P \rightarrow R$  e  $\neg P \rightarrow D$  consegue  $\neg D \rightarrow R$ . Ma la negazione di tale conclusione è proprio il conseguente dell'implicazione (3.3). Allora l'antecedente di tale implicazione deve essere falso, e l'unica assegnazione di valore di verità ad essere corretta è proprio la falsità di C. Perciò la conclusione dell'argomentazione (3.4) sembra inevitabile.

Tuttavia, l'implicazione (3.4) potrebbe essere falsa nel caso in cui la meccanica quantistica fosse completa (ossia avessimo C), la conclusione di (a) fosse falsa (ossia avessimo  $\neg(\neg D \rightarrow R)$ ), e o il principio di realtà o quello di separabilità fossero falsi. In tale caso entrambe le implicazioni (3.2) e (3.3) sarebbero vere (poiché il loro antecedente sarebbe falso, poiché *ex absurdo omnia*) e ciononostante non conseguirebbe la conclusione (c). In tale modo avremmo paralizzato l'intero argomento di EPR, e avremmo mostrato che *non si può affatto inferire* che la meccanica quantistica sia incompleta.

Perciò procediamo così. Intendo mostrare che dall'assunzione di  $\neg(\neg D \rightarrow R)$  e di uno dei due principi si può inferire la negazione dell'altro. In tale modo abbiamo invalidato il ragionamento (a). Infatti, si assuma di negare la deduzione (a), ossia la (2.1). In tale caso, avremmo

$$\neg\{[(P \rightarrow R) \wedge (\neg P \rightarrow D)] \rightarrow (\neg D \rightarrow R)\}. \quad (3.5)$$

Ora è facile vedere che, applicando la regola di Implicazione, otteniamo (ove  $\vee$  è il segno della disgiunzione inclusiva OR)

$$\neg\{[(P \vee R) \wedge (P \vee D)] \vee (\neg D \rightarrow R)\}, \quad (3.6)$$

da cui, per applicazione della regola De Morgan, ricaviamo

$$(\neg P \vee R) \wedge (P \vee D) \neg(\neg D \rightarrow R). \quad (3.7)$$

Applicando una regola di implicazione e nuovamente la De Morgan otteniamo infine

$$(\neg P \vee R) \wedge (P \vee D) \wedge (\neg D \wedge \neg R). \quad (3.8)$$

Se assumiamo tutte e tre le espressioni tra parentesi, cadiamo in contraddizione. Infatti, tramite due distribuzioni, tale espressione diventa

$$[(\neg P \wedge \neg R) \vee (R \wedge \neg R)] \wedge [(P \wedge \neg D) \vee (D \wedge \neg D)], \quad (3.9)$$

sicché otteniamo infine la contraddizione

$$\neg P \wedge \neg R \wedge P \wedge \neg D. \quad (3.10)$$

La ragione di questo è che la deduzione (a) è formalmente corretta. Tuttavia, poiché nell'espressione (3.7) oppure (3.8) compaiono due congiunzioni, possiamo selezionare (per semplificazione) due delle tre espressioni congiunte. Se scegliamo le prime due, otteniamo appunto (a). Se scegliamo la prima e la terza, usando di nuovo la regola di implicazione, otteniamo

$$(P \rightarrow R) \wedge \neg(\neg D \rightarrow R), \quad (3.11)$$

mentre, se scegliamo la seconda e la terza, abbiamo

$$(\neg P \rightarrow D) \wedge \neg(\neg D \rightarrow R). \quad (3.12)$$

Come vedremo, Schrödinger e Bohr hanno proprio assunto, rispettivamente, le (3.11) e (3.12). Tuttavia, oltre il dato formale, dobbiamo interrogarci se ci sono delle ragioni che possono portare a tali posizioni. Tali ragioni sono state trovate da Bohr e Schrödinger, e pertanto è su questi due fisici che dobbiamo rivolgere la nostra attenzione se vogliamo capire un po' più profondamente la natura di quelle due assunzioni.

#### 4. La risposta di Bohr

Uno dei padri della meccanica quantistica, Bohr, rispose immediatamente a EPR, con due articoli, di cui il secondo è uno sviluppo più estensivo delle idee contenute nel primo<sup>7</sup>. Bohr aveva potuto osservare in innumerevoli esperimenti che i risultati di una misurazione di un sistema quantistico sono del tutto imprevedibili e che dipendono fortemente dal contesto sperimentale. Questa è la ragione ultima che spinge Bohr all'elaborazione del principio di complementarità<sup>8</sup>.

<sup>7</sup> Vd. BOHR, 1935a, 1935b.

<sup>8</sup> Vd. BOHR, 1928, 1929, 1930.

Pertanto Bohr aveva tutte le ragioni di rigettare l'idea che sia possibile assegnare ai sistemi quantistici delle proprietà indipendentemente dal contesto sperimentale e pertanto per rigettare il risultato della deduzione (a). Infatti, anche ammettendo che non si disturbino i sistemi separati, cosa mi garantisce che questi dovrebbero essere conglomerati di proprietà reali? D'altra parte Bohr non aveva ragioni immediate per rigettare il principio di separabilità, dato che, agnosticamente, preferiva non pronunciarsi affatto sulla natura delle eventuali interdipendenze tra sistemi distanti<sup>9</sup>. Anzi, Bohr convinto assertore della necessità di un contesto sperimentale (che è per sua natura locale) per effettuare qualsiasi eventuale assegnazione di proprietà a un sistema quantistico, dava probabilmente del tutto ragione a EPR sul fatto che, se non c'era modo di interagire dinamicamente con un sistema, questo andava considerato a tutto gli effetti come separato. Pertanto, quello che fa Bohr è inferire la negazione del principio di realtà nella sua forma generalizzata date come premesse la negazione del risultato della (2.1) e il mantenimento del principio di separabilità.

Sicché il ragionamento di Bohr, in accordo con le premesse (3.11), può essere astrattamente schematizzato come segue:

NEGAZIONE DEL RISULTATO  $\neg(\neg D \rightarrow R)$

CASO (SEPARABILITÀ)  $\neg P \rightarrow D$

NEGAZIONE D. REGOLA (DEL P. REALTÀ)  $\neg(P \rightarrow R)$

Vediamo innanzitutto se la negazione del principio di realtà si può formalmente ricavare date le premesse in questione:

1. $\neg(\neg D \rightarrow R)$	Assunzione
2. $\neg P \rightarrow D$	Assunzione
3. $\neg(D \vee R)$	1, Impl.
4. $\neg D \wedge \neg R$	3, De M.
5. $\neg D$	4, Simpl.
6. P	2, 5, MT
7. $\neg R$	4, Simpl.
8. $P \wedge \neg R$	6, 7, Con.
9. $\neg(\neg P \vee R)$	8, De M.
10. $\neg(P \rightarrow R)$	9, Impl.

<sup>9</sup> L'ampia nota sulle relazioni di commutazione nel secondo articolo del 1935 sembra riconoscere qualche forma di non-separabilità tra sistemi quantistici. Tuttavia essa, rispetto al corpo dell'articolo, è di natura incidentale e consiste piuttosto nella constatazione di una proprietà formale più che nella messa in evidenza di una nuova proprietà fisica.

Come si vede, il ragionamento schematico che ho proposto non fa una grinza. La schematizzazione del ragionamento di Bohr può anche essere sintetizzata così:

$$\begin{aligned} & \neg D \wedge \neg R \\ & \neg P \rightarrow D \\ & P \wedge \neg R \end{aligned}$$

Passando a un linguaggio non formale, possiamo quindi scrivere:

**NEGAZIONE DEL RISULTATO:** Ci sono sistemi fisici che, sebbene non perturbati da un'azione a distanza, non possono essere considerati conglomerati di proprietà reali.

**CASO:** Se non siamo in grado di effettuare predizioni con probabilità uguale ad 1 su sistemi distanti, ciò è dovuto al fatto che li abbiamo perturbati tramite un'azione a distanza quando siamo andati ad effettuare una misurazione.

**NEGAZIONE DELLA REGOLA:** Predire una proprietà non implica che questa proprietà sia reale.

Per capire la negazione della regola si ricordi che per Bohr in contesti sperimentali diversi si possono fare predizioni diverse.

Il ragionamento di Bohr in sostanza si può riassumere dicendo che in meccanica quantistica abbiamo sempre a che fare con contesti sperimentali specifici, ossia locali e individuali, e suggerisce pertanto che le uniche generalizzazioni lecite sono al massimo delle statistiche. Questa è la vera conclusione del ragionamento di Bohr. Infatti gli schematismi precedenti sono appunto degli schemi e nulla di più. A rigor di termini, la negazione di una deduzione è essa stessa una deduzione. Infatti lo schema di ragionamento sopra tracciato, ossia, più sinteticamente,

$$[\neg(D \rightarrow R) \wedge (\neg P \rightarrow D)] \rightarrow \neg(P \rightarrow R) \quad (4.1)$$

è simile (sia pur non identico) a quello usato da EPR. Ma la conclusione di questo schema dice a rigor di termini soltanto che predire una proprietà *non implica* che questa sia reale (è una conclusione puramente negativa). Invece Bohr intende *affermare* che le uniche generalizzazioni lecite sono quelle statistiche. E questa non è una conclusione che si raggiunge per via deduttiva, ma è il risultato di una *induzione*. Una induzione è infatti un ragionamento probabilistico e ampliativo<sup>10</sup>. Ogni induzione è sempre implicitamente la negazione di una regola. Infatti, nel nostro caso, le molte esperienze di laboratorio di Bohr, gli hanno fatto indurre la

<sup>10</sup> Vd. PEIRCE, 1866, 1878.

conclusione secondo la quale non si può applicare un principio di realtà generalizzato. Questo è chiaramente affermato da Bohr nel secondo dei suoi articoli del 1935:

«The extent to which an unambiguous meaning can be attributed to such an expression as "physical reality" cannot of course be deduced from *a priori* philosophical considerations, but [...] must be founded on a direct appeal to experiments and measurement»<sup>11</sup>.

Di nuovo troviamo la conferma dell'intuizione di Popper e Peirce secondo la quale singoli fatti possono smentire leggi e principi generali. Anzi questa è proprio la natura dei fatti<sup>12</sup>, quella di smentire e non di confermare. In altri termini, ogni verifica sperimentale è sempre implicitamente una smentita o una ricerca di smentita nei confronti di una certa teoria.

Si noti che la risposta di Bohr in un certo senso avvalorava implicitamente il ragionamento di Einstein, ossia che, se vale il principio di separabilità, la meccanica quantistica ha valore soltanto statistico. Ciò è anche suggerito dal fatto che la negazione di una premessa implica l'altra, ossia che la negazione del principio di realtà è condizione sufficiente del principio di separabilità (oppure che la separabilità è condizione necessaria della violazione del principio di realtà):

$$\neg(P \rightarrow R) \rightarrow (\neg P \rightarrow D), \quad (4.2)$$

Questo si vede facilmente dal fatto che, se fosse falsa una tale implicazione, dovrebbe essere vera l'espressione  $\neg(P \rightarrow R)$  e falsa l'implicazione  $(\neg P \rightarrow D)$ . Ma la verità di  $\neg(P \rightarrow R)$  comporta che P è vero e R falso, il che comporta a sua volta che l'implicazione  $(\neg P \rightarrow D)$  è sempre vera, a prescindere dal valore di D, e questo contraddice l'ipotesi. Quindi, paradossalmente, c'è molto più di comune tra EPR e Bohr di quanto si possa immaginare superficialmente.

Tale punto è tutt'altro che un gioco puramente formale. In realtà sia per EPR, sia per Bohr la separabilità comporta dei vincoli molto significativi sul tipo di operazioni che possiamo effettuare. Per EPR comporta l'impossibilità di essere connessi con sistemi distanti e quindi l'impossibilità di considerarli oggettivamente come parti di un insieme con cui si può interagire (ed eventualmente perturbare). Per Bohr, il mantenimento della separabilità comporta l'impossibilità di considerare i sistemi distanti a pieno titolo come parte di un contesto sperimentale necessariamente locale. Per così dire, per EPR sono *oggettivamente separati*, e quindi questo non ha alcuna rilevanza dal punto di vista della realtà delle loro proprietà. Per Bohr, sono *soggettivamente separati*, e quindi non ha senso fare nei loro confronti alcuna predizione a parte quelle che discendono dalle nostre esperienze strettamente locali.

<sup>11</sup> BOHR, 1935b.

<sup>12</sup> Vd. AULETTA, 2006a.

## 5. La risposta di Schrödinger

Come ho anticipato, Schrödinger<sup>13</sup>, a differenza di Bohr, sceglieva di assumere la regola e, in accordo con le premesse (3.10), cercava di inferire la negazione del principio di separabilità. Perciò il ragionamento di Schrödinger può essere reso formalmente come segue:

REGOLA (PRINCIPIO DI REALTÀ)	$P \rightarrow R$
NEGAZIONE DEL RISULTATO	$\neg(D \rightarrow R)$
NEGAZIONE DEL CASO (DELLA SEPARABILITÀ)	$\neg(P \rightarrow D)$

Di nuovo mostro innanzitutto che la negazione della separabilità si può formalmente dedurre date le due premesse (3.10).

1. $P \rightarrow R$	Assunzione
2. $\neg(D \rightarrow R)$	Assunzione
3. $\neg(D \vee R)$	2, Impl.
4. $\neg D \wedge \neg R$	3, De M.
5. $\neg R$	4, Simpl.
6. $\neg P$	1, 5, MT
7. $\neg D$	4, Simpl.
8. $\neg P \wedge \neg D$	6, 7, Con.
9. $\neg(P \vee D)$	9, De M.
10. $\neg(\neg P \rightarrow D)$	9, Impl.

Oppure, in altri termini:

$P \rightarrow R$
$\neg D \wedge \neg R$
$\neg D \wedge \neg P$

Riformuliamo ora questo ragionamento in linguaggio non formale:

REGOLA: Se, senza introdurre alcuna perturbazione, siamo capaci di predire con probabilità uguale ad 1 una proprietà di un sistema, questa proprietà sarà indipendente da noi e quindi reale.

13 Vd. SCHRÖDINGER, 1935.

NEGAZIONE DEL RISULTATO: Ci sono sistemi fisici che, sebbene non perturbati da un'azione a distanza, non possono essere considerati conglomerati di proprietà reali.

NEGAZIONE DEL CASO: Anche se non siamo in grado di effettuare predizioni su sistemi distanti, ciò non implica che li abbiamo perturbati tramite un'azione a distanza quando siamo andati ad effettuare una misurazione.

Di nuovo, una negazione formale di una deduzione è anch'essa una deduzione, e pertanto questo risultato (la negazione del caso), rigorosamente parlando, è un puro risultato negativo che ci dice soltanto che non sempre vale il principio di separabilità. Ma le ragioni per le quali Schrödinger negava la validità di tale principio erano tutt'altro che puramente formali. Cerchiamo di capirle un po' meglio.

Schrödinger contestava il risultato del ragionamento formale (3.2) di EPR perché si era reso conto di un fatto straordinario. Considerando le conseguenze dell'applicazione del principio di sovrapposizione a sistemi composti di diverse particelle (come quello dell'esperimento mentale (b) di EPR), Schrödinger aveva visto che la meccanica quantistica implicava delle interdipendenze a distanza tali che non era possibile assegnare delle proprietà a una delle due particelle senza tenere conto dell'altra. Si badi bene che Schrödinger non aveva ragione di negare il principio di realtà come tale, che ossia, *quando* siamo in grado di fare predizioni con certezza, le proprietà predette sono reali. Soltanto che per EPR siamo sempre in grado di farlo purché non induciamo una perturbazione incontrollabile sul sistema distante. Per Schrödinger no, ci sono situazioni che ce lo impediscono, precisamente a causa di tali interdipendenze a distanza. Perciò, anche se non perturbiamo il sistema a distanza (e quindi non vi interagiamo in alcun modo), non vale la conseguenza secondo cui questo sistema ha proprietà reali indipendentemente dal comportamento nostro o di altri sistemi.

Schrödinger scopriva una differenza fondamentale, che non aveva ragione di essere nel quadro della fisica classica. Scopriva che ci possono essere *relazioni che non sono interazioni*. Questo è chiaramente asserito da parte di Schrödinger, che dice:

«As soon as the systems begin to influence each other, the combined function ceases to be a product and moreover does not again divide up, after they have again become separated, into factors that can be assigned individually to the systems».

Tuttavia, resta classicamente inconcepibile dato che ogni relazione tra due sistemi fisici si deve necessariamente esprimere come una interdipendenza causale, che suppone a sua volta almeno lo scambio di un segnale luminoso. Questo era il contenuto essenziale della teoria della relatività ristretta introdotta da Einstein, e ci fa capire perché tale questione era così importante nel ragionamento di EPR.



Che le relazioni non siano necessariamente interazioni può essere compreso se si considera la teoria dell'informazione. Due persone che leggono lo stesso giornale in due città diverse condividono la stessa informazione (e perciò, a loro insaputa, hanno una relazione, nella fattispecie  $c'$  è un canale, sia pure non immediatamente fisico, che le connette) ma non hanno per questo interagito. Ovviamente hanno interagito ciascuna con il proprio edicolante ma questa non implica alcuna interazione diretta tra loro. Questa relazione è appunto una condivisione di informazione (*mutual information*). La relazione scoperta da Schrödinger per i sistemi quantistici è proprio una forma di *mutual information*. Questa forma specificamente quantica si chiama *entanglement*. Si noti che mentre le relazioni, come nel caso dell'entanglement, possono essere delle pure interdipendenze a distanza, in ogni interazione, almeno per i sistemi quantistici, concorrono sia aspetti locali, sia aspetti globali<sup>14</sup>.

Nella storia della filosofia, il primo filosofo che abbia capito che ci possono essere relazioni senza interazioni è stato Leibniz, con la sua idea di una coordinazione non causale, un'armonia prestabilita tra le monadi<sup>15</sup>. Un altro grande filosofo che ha tematizzato questo problema è stato Peirce, che ha parlato, nel caso delle relazioni proprie, di relazioni di secondo grado, mentre, nel caso delle interazioni, di relazioni di terzo grado oppure di relazioni dinamiche<sup>16</sup>.

Il ragionamento di Schrödinger è un'abduzione<sup>17</sup>, ossia l'inferenza di una nuova proprietà (nel nostro caso l'entanglement) quando  $c'$  è un conflitto apparente tra un principio o una legge generali (nel nostro caso il principio di realtà) e alcune evidenze sperimentali (essenzialmente le conclusioni (5) e (5') dell'esperimento mentale (b)). Anche l'abduzione è un'inferenza ampliata. Infatti l'esistenza (inizialmente del tutto ipotetica) di una relazione a distanza senza interazione o nessi causali, non è qualcosa che possa essere dedotto da un ragionamento di tipo formale.

Il ragionamento abducente è congeniale a Schrödinger, che ne dà egregie prove anche altrove, ad esempio quando inferisce abduktivamente l'esistenza di una molecola di tipo cristallino aperiodico (poi effettivamente scoperta come DNA) per rendere ragione del problema delle variazioni genetiche che sembravano incompatibili con la fisica e la chimica allora note del mondo organico<sup>18</sup>.

Tuttavia, anche nel caso di Schrödinger  $c'$  è qualche tratto comune con il ragionamento di EPR. Infatti Schrödinger avvalorava di fatto l'idea di Einstein secondo la quale negare il principio di separabilità mantenendo il principio di realtà significa dover ricorrere a qualche forma di non-località. Soltanto che, secondo EPR, si sarebbe trattato di una interdipendenza causale in violazione della relatività ristretta, mentre secondo Schrödinger si tratterebbe di una pura interdipendenza senza alcun

nesso causale (e quindi senza trasmissione di alcun segnale). Questa conclusione la si può evincere dal fatto che la negazione della separabilità è condizione sufficiente del principio di realtà (oppure che il principio di realtà è condizione necessaria della violazione del principio di separabilità):

$$\neg(\neg P \rightarrow D) \rightarrow (P \rightarrow R). \quad (5.1)$$

Infatti, se l'implicazione (5.1) dovesse essere falsa, sarebbe vera l'implicazione  $\neg(\neg P \rightarrow D)$  e falsa l'implicazione  $(P \rightarrow R)$ . Ma se l'espressione  $\neg(\neg P \rightarrow D)$  fosse vera, ciò implicherebbe la falsità sia di  $P$ , sia di  $D$ , ma questo comporterebbe a sua volta la verità dell'implicazione  $(P \rightarrow R)$  a prescindere dal valore di verità di  $R$ , e questa rappresenta una contraddizione con l'ipotesi.

Non si faccia l'errore di credere che qui siamo in presenza di un gioco formale. In realtà  $c'$  è qualcosa di molto più profondo. Si consideri di nuovo lo stato (2.1) oppure (2.3). Finché le particelle 1 e 2 sono in questo stato senza che si sia effettuata alcuna misurazione sulla particella 1, è impossibile assegnare ogni proprietà alla particella 1 e 2. Quindi tale caso rappresenta semplicemente l'impossibilità di applicare il principio di realtà perché semplicemente *non si possono fare predizioni* (e quindi questo non comporta la sua invalidazione). Supponiamo invece, nel contesto del primo protocollo, che, misurando l'impulso della particella 1, si ottenga il valore  $p'$ . In tale caso possiamo predire *con certezza* che la particella 2 sarà nello stato  $\Psi_{-p'}$ , e quindi il principio di realtà ha piena applicazione, anche ben oltre quanto immaginato da EPR. Quindi il problema per Schrödinger non è rappresentato dal principio di realtà ma dalla sua applicabilità, se cioè è utilizzato in modo proprio per predire proprietà anche di sistemi distanti grazie all'entanglement (una relazione) e a una misurazione (una interazione), oppure in modo improprio, quando, sempre in presenza di entanglement ma *in assenza di misurazione*, pretendiamo di fare la stessa predizione. Conversamente, EPR non avrebbero accettato la possibilità di predire proprietà di sistemi distanti grazie a una interdipendenza che rappresenta una violazione della separabilità, e quindi sarebbero anche loro stati costretti ad ammettere che ci sono vincoli sulla applicabilità del principio di realtà, ma questi vincoli in tale caso sarebbero dovuti alla *tipologia della connessione tra sistemi* come tale. Ma in entrambi i casi, sia per EPR, sia per Schrödinger, gli eventuali limiti di applicabilità del principio di realtà derivano soltanto dalla possibilità o no di effettuare predizioni, ossia hanno a che fare con l'antecedente  $P$  dell'implicazione  $(P \rightarrow R)$ .

## 6. Conclusioni

La conclusione più immediata dell'esame precedente è, che a livello formale, la negazione della conclusione della deduzione formale (a) implica o la falsità dell'una o dell'altra premessa, ossia

14 Vd. AULETTA, 2006b.

15 Vd. LEIBNIZ, 1710-1712 e 1712-1714.

16 Vd. PEIRCE, 1906a, 1906b e anche LEO FABBRICHESI, 1992.

17 Vd. PEIRCE, 1903a, 1903b.

18 Vd. SCHRÖDINGER, 1944.

$$(\neg D \wedge \neg R) \rightarrow [\neg(P \rightarrow R) \vee \neg(\neg P \rightarrow D)]. \quad (6.1)$$

Non è difficile verificare la validità di questa implicazione. Infatti, se fosse falsa, l'antecedente  $(\neg D \wedge \neg R)$  dovrebbe essere vero mentre il conseguente  $\neg(P \rightarrow R) \vee \neg(\neg P \rightarrow D)$  dovrebbe essere falso. Dalla verità dell'antecedente consegue la falsità sia di D, sia di R, mentre la falsità del conseguente comporta la verità sia di  $(P \rightarrow R)$ , sia di  $(\neg P \rightarrow D)$ . Ma, dato che R è falso, la verità dell'implicazione  $(P \rightarrow R)$  comporta che P debba essere anch'esso falso, mentre, invece, dalla falsità di D consegue che, per la verità dell'implicazione  $(\neg P \rightarrow D)$ , P debba essere vero, il che costituisce una contraddizione.

La verità della (6.1) rappresenta il risultato formale più generale cui siamo giunti e costituisce la cornice generale che inquadra gli schemi di ragionamento sia di Bohr, sia di Schrödinger, oltre che di EPR stessi. In effetti la (6.1) deve essere vista come una riscrittura della deduzione (3.2) che rende esplicite alcune possibilità, sviluppate poi da Bohr e Schrödinger.

Si noti che delle tre forme di inferenza, la più produttiva è senz'altro l'abduzione, ossia quella che permette effettivamente l'inferenza di proprietà nuove. Addirittura si può avanzare l'idea che deduzione e induzione siano dei casi-limite. La deduzione è il caso limite in cui abbiamo una teoria assolutamente soddisfacente che ci mette in grado di estrapolare delle conseguenze con assoluta certezza. Tuttavia è raro che questo accada, visto che non esiste teoria scientifica che non presenti problemi, incertezze, gap. D'altra parte una pura induzione sarebbe una smentita secca di una teoria in base a un singolo *experimentum crucis*. Ma anche qui è difficile che un fatto possa essere del tutto estrapolato da una serie di contesti, che sono necessariamente, com'è noto, anche in parte teorici. Pertanto, nel caso generale, nei processi inferenziali deduttivi come anche in quelli induttivi, si nascondono processi anche abduttivi, senza i quali non sarebbe possibile effettuare le inferenze in questione.

Tuttavia, resta il dato di fatto che si tratta di forme di ragionamento diverse, che assolvono scopi diversi. Seguendo Peirce<sup>19</sup>, possiamo dire che la scienza in realtà fa sempre uso di tutte e tre le forme, dando, a seconda dei contesti, un maggiore peso all'una o l'altra. Pertanto, useremo l'*abduzione* quando avremo bisogno di risolvere problemi di carattere teorico e formulare quindi nuove ipotesi. Faremo uso dell'*induzione* quando vogliamo sottoporre a dei test una certa ipotesi e verificare se ci sono punti deboli. Faremo infine uso della *deduzione* quando, avendo acquisito e assodato, per così dire, una certa teoria, ne vogliamo tirare fuori delle conseguenze tramite ragionamento, in generale, matematico. Pertanto la prima lezione di questo dibattito è la necessità di integrare prospettive, anche inferenziali, diverse.

È interessante notare, oltre gli aspetti formali, che ognuno dei protagonisti di questo storico dibattito ha fatto uso di una forma di inferenza

19 Vd. PEIRCE, 1901.

diversa. È forse utile sottolineare che questo getta forse una certa luce sull'operare di ognuno dei protagonisti. Infatti, a mio avviso, la forma deduttiva è congeniale a un pensatore classico e così legato alla formulazione di principi di carattere generale come Einstein, mentre l'induzione sembra proprio la *forma mentis* caratteristica di un pensatore come Bohr, così ancorato al problema dei contesti sperimentali e così cauto nelle sue formulazioni<sup>20</sup>. Non c'è poi dubbio, come ho già rilevato, che l'abduzione fosse la forma di ragionamento tipica di Schrödinger.

Per quanto riguarda il merito del dibattito, è ovvio che EPR hanno avuto torto e che Bohr e Schrödinger abbiano avuto ragione. In particolare l'ipotesi dell'entanglement è stata pienamente confermata da un impressionante numero di esperimenti condotti a partire dalla fine degli anni '70<sup>21</sup>. Tuttavia resta il dato di fatto che, grazie a EPR, si sono raggiunti una serie di risultati impressionanti, da un punto di vista teorico, sperimentale, tecnologico. Basti pensare che le citazioni dell'articolo di EPR ammontano ad alcuni milioni. Questo ci dice che in scienza e in filosofia non sempre è fondamentale avere ragione, ma un errore, soprattutto se frutto di un ragionamento sistematico, può insegnare molto di più e quindi essere più fecondo di un risultato positivo. È il tipo di errore commesso che fa di Einstein un Einstein!

## BIBLIOGRAFIA

- M. ALAI, G. AULETTA, G. TAROZZI, 2006, *Einstein's Local Realism and the Realistic Interpretation of the Wave Function*, «Revue de Synthèse», in press.
- D. ANTISERI, 2005, *Introduzione alla metodologia della ricerca*, Rubbettino, Soveria Mannelli.
- G. AULETTA, 2000, *Foundations and Interpretation of Quantum Mechanics: In the Light of a Critical-Historical Analysis of the Problems and of a Synthesis of the Results*, World Scientific, Singapore; rev. ed. 2001.
- G. AULETTA, 2005, *Logic, Semiotics, and Language*, «Croatian Journal of Philosophy», 5.13, pp. 51-69.
- G. AULETTA, 2006a, *The Ontology Suggested by Quantum Mechanics*, in P. VALORE (a cura di), *Topics on General and Formal Ontology*, Polimetrica International Scientific Publisher, Monza, pp. 161-179.
- G. AULETTA, 2006b, *The Problem of Information*, in *Proceedings of the 1 Workshop on the Relationships Between Science and Philosophy*, Pontifical Gregorian University, Rome.
- N. BOHR, 1928, *The Quantum Postulate and the Recent Development of Atomic Theory*, «Nature», 121, pp. 580-590.
- N. BOHR, 1929, *Wirkungsquantum und Naturbeschreibung*, «Die Naturwissenschaften», 17, pp. 483-486.
- N. BOHR, 1930, *Die Atomtheorie und die Naturbeschreibung*, «Naturwissenschaften», 18, pp. 73-78.

20 Si vedano anche i loro contributi al volume di SCHILPP, 1949.

21 Vd. AULETTA, 2000, parte IX.

- N. BOHR, 1935a, *Quantum Mechanics and Physical Reality*, «Nature», 136, p. 65.
- N. BOHR, 1935b, *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?*, «Physical Review», 48, pp. 696-702.
- A. EINSTEIN, 1949, *Remarks Concerning the Essays Brought Together in This Cooperative Volume*, in Schilpp, 1949, pp. 665-688.
- A. EINSTEIN, B. PODOLSKY, N. ROSEN, 1935, *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?*, «Physical Review», 47, pp. 777-780.
- R. FABBRICHESI LEO, 1992, *Il concetto di relazione in Peirce. Dalla genesi categoriale alla notazione logico-diagrammatica*, Jaca Book, Milano.
- G.W. LEIBNIZ, 1710-1712, *Principes de la Nature et de la Grace*, in LEIBNIZ, 1978, VI, pp. 598-606.
- G.W. LEIBNIZ, 1712-1714, *Monadologie*, in LEIBNIZ, 1978, VI, pp. 607-662.
- G.W. LEIBNIZ, 1978, *Philosophische Schriften*, a cura di Gerhardt, Halle, 1875; rep. Olms, Hildesheim.
- C.S. PEIRCE, 1866, *The Logic of Science or Induction and Hypothesis: Lowell Lectures*, in PEIRCE, 1982, I, pp. 357-504.
- C.S. PEIRCE, 1878, *Deduction, Induction, and Hypothesis*, «Popular Science Monthly», 13, pp. 470-482, in Peirce, 1982, III, pp. 323-338.
- C.S. PEIRCE, 1901, *On the Logic of Drawing History from Ancient Documents, Especially from Testimonies*, in PEIRCE, 1998, II, pp. 75-114.
- C.S. PEIRCE, 1903a, *The Nature of Meaning*, in PEIRCE, 1998, II, pp. 208-225.
- C.S. PEIRCE, 1903b, *Pragmatism and the Logic of Abduction*, in PEIRCE, 1998, II, pp. 226-241.
- C.S. PEIRCE, 1906a, *The Basis of Pragmaticism in Phaneroscopy*, in PEIRCE, 1998, II, pp. 360-370.
- C.S. PEIRCE, 1906b, *The Basis of Pragmaticism in Normative Sciences*, in PEIRCE, 1998, II, pp. 371-397.
- C.S. PEIRCE, 1931-1935, *The Collected Papers*, vols. I-VI, a cura di C. Hartshorne, P. Weiss, Harvard University Press, Cambridge, MA.
- C.S. PEIRCE, 1958, *The Collected Papers*, vols. VII-VIII, a cura di A.W. Burks, Harvard University Press, Cambridge, MA.
- C.S. PEIRCE, 1982, *Writings*, Indiana University Press, Bloomington.
- C.S. PEIRCE, 1998, *The Essential Peirce*, Indiana University Press, Bloomington, vols. I-II.
- K.R. POPPER, 1934, *Logik der Forschung*, Springer, Wien, 1934, 8th ed. Mohr, Tübingen, 1984.
- A. SCHILPP (a cura di), 1949, *Albert Einstein. Philosopher-Scientist*, Open Court, La Salle (Illinois), 1949, 3d ed. 1988.
- E. SCHRÖDINGER, 1935, *Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik. I-III*, «Naturwissenschaften», 23, pp. 807-812, 823-828, 844-849.
- E. SCHRÖDINGER, 1944, *What Is Life?*, Cambridge University Press, Cambridge; rep. in *What is Life? with Mind and Matter and Autobiographical Sketches*, Cambridge University Press, Cambridge, 1992, 2001.